

## Un ejemplo de evaluación de la carga última de una estructura

Avelino Samartín Quiroga y Santiago Pérez-Fadón  
Ingenieros de Caminos

### 1. INTRODUCCION

La aplicación del cálculo no lineal al diseño de estructuras, crece a medida que el coste y la accesibilidad de los computadores mejoran. Así, de acuerdo con NAFEMS (1), en la década de los 70 se ha estimado que solamente un 1% de todos los cálculos de estructuras presentaban un carácter no lineal. Esta proporción alcanzó valores cercanos al 10% en los finales de la pasada década y se puede asegurar que esta tendencia continúa.

La complejidad del cálculo no lineal respecto al lineal es evidente y su uso en un proyecto real representa una decisión de importantes consecuencias tanto en términos conceptuales como computacionales. Entre estas consecuencias caben destacar las siguientes:

- La no validez del principio de superposición y, por consiguiente, de la necesidad del tratamiento de una sola hipótesis de carga en cada cálculo.

- La secuencia de aplicación de las cargas puede ser importante. En particular, el estado inicial de tensiones (pretensado, tensiones residuales, etc.), presenta un carácter relevante.

- La no proporcionalidad de las fuerzas y la respuesta de la estructura, exige una adecuada filosofía respecto al concepto de seguridad de la estructura.

- El esfuerzo de cálculo medido en tiempo y memoria de computador, puede ser superior, uno o varios órdenes de magnitud, en comparación con un cálculo lineal.

Existen varios motivos para aplicar un cálculo no lineal a un proyecto, algunos de los cuales se citan a continuación:

- Evaluación de la seguridad de una estructura existente que muestre indicios aparentes de daño o que deba soportar cargas no previstas en el proyecto.

- Estructuras en las que las deformaciones influyen de forma significativa en los esfuerzos, por lo que el planteamiento del equilibrio debe efectuarse sobre la estructura deformada. Es el caso de arcos, estructuras de cables, etc.

- Reparación de estructuras dañadas por acciones que han traspasado el estado de servicio y cuya resistencia remanente debe ser tenida en cuenta de forma adecuada.

- Establecimiento de las causas posibles de fallo de una construcción, mediante la simulación numérica del fenómeno producido en dicho fallo.

En este artículo se expone una aplicación de un método de cálculo no lineal, en grandes movimientos y material no lineal, utilizando el programa comercial ANSYS (2) y que ha sido motivada por la necesidad de la evaluación de la seguridad de una estructura que presentaba una deformabilidad importante bajo cargas permanentes, lo que podría implicar una disminución de su seguridad ante la actuación de sobrecargas de uso.

### 2. CLASIFICACION DEL CALCULO NO LINEAL

La linealidad de un cálculo es consecuencia de la linealidad de todas las relaciones que aparecen en un análisis de una estructura, es decir, de los siguientes tipos de relaciones:

- Relaciones entre deformaciones (curvaturas, alargamientos unitarios, etc.) y movimientos. Esta linealidad se alcanza al suponer despreciables los cuadrados de las deformaciones frente a la unidad (Hipótesis de las pequeñas deformaciones).

- Relaciones de equilibrio entre las fuerzas y los esfuerzos (o tensiones). Si las ecuaciones de equilibrio se plantean para la geometría inicial de la estructura, es decir, antes de ser modificada por las cargas, entonces estas relaciones son lineales (Hipótesis de los pequeños movimientos).

- Relaciones constitutivas del material, que determinan las tensiones (o esfuerzos) en función de las deformaciones. Si el material es hookeano y elástico se obtienen, por definición, relaciones lineales. (Hipótesis de material lineal).

Contrariamente, existen situaciones no lineales cuando uno o varios de los tipos de relaciones anteriores son no lineales. De esta forma se obtie-

nen diferentes modos de no linealidad: No linealidad geométrica, no linealidad del material, etc. Dentro del primer modo se pueden distinguir diferentes situaciones, tales como combinación de grandes/pequeñas deformaciones, grandes movimientos con pequeñas/grandes rotaciones, etc.

A veces, es posible efectuar un cálculo no lineal de una estructura mediante la aplicación sucesiva de cálculos lineales, es decir, utilizando un programa de cálculo lineal de estructuras. Este procedimiento puede ser válido en situaciones de no linealidad del material, en las que las características del material en una sección dependen del nivel de deformaciones y tensiones alcanzado en dicha sección. Modificando de forma iterativa estas características de acuerdo con los resultados del cálculo precedente, se puede, en algunos casos, alcanzar una situación final convergente. A veces, la aplicación de este método iterativo no conduce a un resultado final convergente, particularmente en casos de no linealidad geométrica. La reducción del análisis de una estructura con comportamiento no lineal a sucesivos cálculos lineales en los cuales la geometría de la estructura se modifica por los movimientos producidos por las cargas en el cálculo anterior, puede converger a más de una solución (situaciones biestables). Esta posibilidad aparece, particularmente, si los esfuerzos axiales son importantes en el análisis. Se obvia este inconveniente si para cada barra o elemento de la estructura se considera la modificación de su matriz de rigidez producida por el esfuerzo axial, al considerar la interacción de la flexión y la tracción o la compresión en la geometría deformada del elemento. Se suele describir este efecto de modificación de la matriz de rigidez de la estructura, mediante la suma de una matriz de rigidez a la matriz de rigidez lineal. Normalmente, si los giros son pequeños, esta matriz, denominada geométrica o de las tensiones iniciales, tiene en cuenta la influencia del axial en la flexión pero no viceversa y depende de los axiales que se producen en la estructura. Un análisis no lineal que considera esta matriz de rigidez geométrica, se suele conocer como cálculo P-Delta.

Finalmente, si los movimientos, deformaciones y rotaciones son importantes, se hace preciso introducir el efecto del cambio global de la geometría de la estructura mediante la consideración

de matriz de rigidez adicional, conocida a veces como matriz de rigidez de los grandes movimientos. Estas situaciones no suelen ser frecuentes en la Ingeniería Civil. Un adecuado tratamiento de las mismas, precisa introducir medidas para las deformaciones y las tensiones, más adecuadas que las clásicas, y la específica descripción de estas medidas depende del tipo de formulación, lagrangiana o euleriana, que se utilice, así como de la técnica de cálculo incremental considerada.

En el ejemplo que se estudia en el siguiente apartado, se ha tenido en cuenta la no linealidad del material y la geométrica debida a los grandes movimientos, por lo que puede considerarse el cálculo que resulta, como poco usual en el contexto de la práctica de la Ingeniería Civil.

### 3. APLICACION

#### 3.1. Descripción

La estructura de cables que soporta la marquesina de la autopista de peaje, Tarrasa-Manresa (Figs. 1 y 2) fue calculada, en el proyecto inicial, como una celosía (barras articuladas pretensadas, soportadas en pilares metálicos) considerando grandes movimientos bajo la actuación de diferentes acciones: peso propio, cargas de uso, nieve y viento. Se observa que el cálculo, en este caso, debe incluir el efecto de la rigidización de las barras por el axial, ya que de otra forma la celosía sería inestable, es decir, un mecanismo.

Sin embargo, una vez construida la marquesina (Foto 1), pareció conveniente comprobar el comportamiento de la estructura bajo las cargas de servicio, con objeto de evaluar las deformaciones producidas, es decir, se realizó una comprobación del estado límite de servicio (E.L.S.). Asimismo, se estudió la seguridad de la estructura ante las cargas mayoradas por los pertinentes coeficientes de seguridad, es decir, en el estado límite último (E.L.U.). La acción del viento considerada en el E.L.S. se supuso estática, es decir, no se modelizó en este primer cálculo los efectos dinámicos que produce esta acción. En definitiva, todos los cálculos realizados han sido, por lo tanto, estáticos.

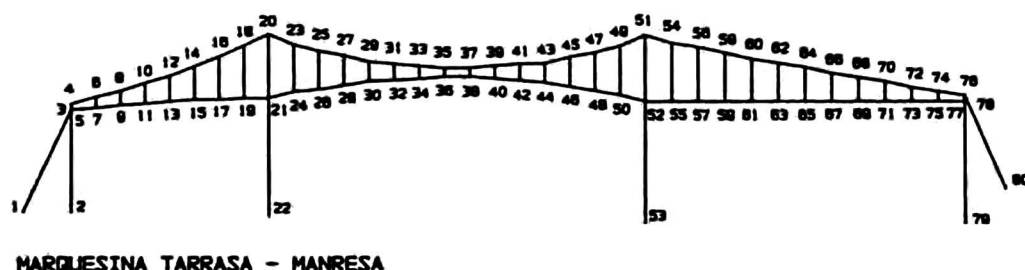


Fig. 1



Foto 1



Foto 2

### 3.2. Acciones

El peso propio es de muy pequeña influencia en los resultados del cálculo y su valor característico se establece en  $10 \text{ kg/m}^2$ .

Como valor de la sobrecarga de nieve se adopta  $60 \text{ kg/m}^2$ , que representa un incremento de un 50% del estipulado por la Norma vigente, para tener en cuenta, por una parte, la posible acumulación de nieve dada la forma de la marquesina y, por otra, la existencia de un microclima en la zona donde está ubicada la marquesina. La carga de viento aplicada en el cálculo del E.L.S. ha sido la definida en la normativa correspondiente.

Como coeficiente de mayoración de las acciones se adopta el valor de 1,0 para el E.L.S., y en el E.L.U., el habitual en estructuras metálicas y pretensadas, es decir, 1,6 de acuerdo con nuestra normativa.

### 3.3. Modelo estructural

Se observó que el modelo de barras biarticula-

das del proyecto, idealizaba la unión de las péndolas con los cables mediante los manguitos de empalme (Foto 2), como una rótula. En el modelo considerado ahora se supuso que, en la estructura, las barras estaban empotradas entre sí, es decir, eran continuas, con una pequeña rigidez a la flexión, y no cables, a excepción de las péndolas, que se han supuesto biarticuladas sin posibilidad de resistir compresiones.

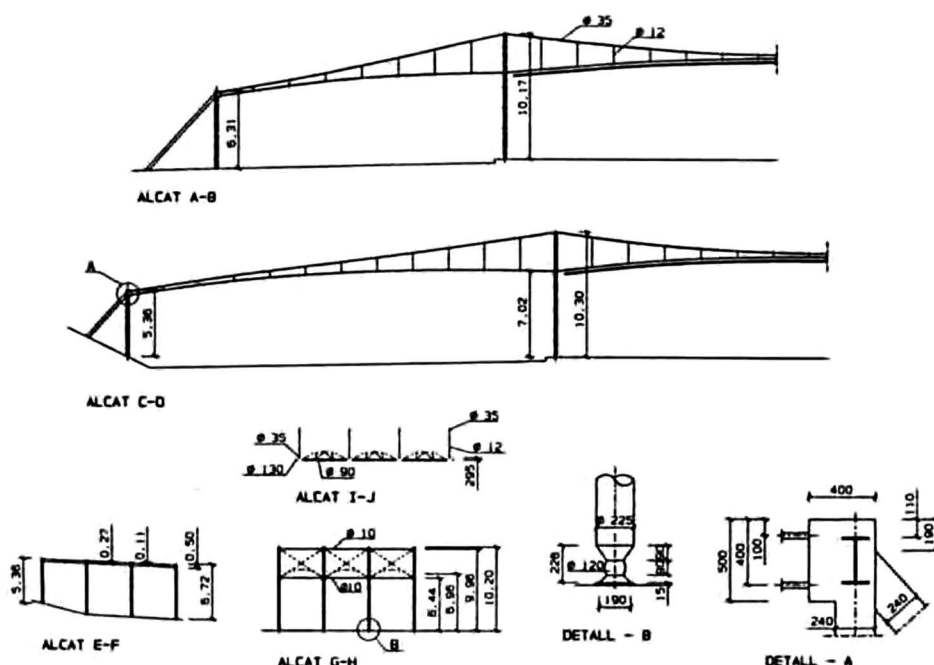
Para los cordones se contempla un comportamiento elasto-plástico, de acuerdo con un diagrama bilineal.

### 3.4. Materiales

El límite elástico de las barras de acero empleadas es de  $7.800 \text{ kg/cm}^2$ .

El límite de rotura garantizado es de  $10.000 \text{ kg/cm}^2$  y el coeficiente de eficacia del sistema, a falta de ensayos, se cifra en 0,95 con lo cual la tensión de cálculo es de  $9.500 \text{ kg/cm}^2$ .

La deformación de rotura de las barras es de 11%.



### 3.5. Condiciones de diseño

Bajo las cargas mayoradas, se han impuesto los siguientes límites tensionales, dadas las características de la estructura.

(a) Las tensiones producidas exclusivamente por esfuerzo axial de tracción, deben ser inferiores al límite elástico.

(b) La deformación de las barras en flexión o tracción compuestas, no debe superar el límite de deformación de rotura. Esta condición se ha formulado en términos tensionales haciendo coincidir el límite con el de rotura multiplicado por el coeficiente de eficacia del sistema.

### 3.6. Cálculos estructurales

Se han realizado varios cálculos estructurales. El primero, con objeto de simular la puesta en tensión de la estructura, y otros dos para comprobar la respuesta de ésta ante las cargas de uso. Uno de estos dos, bajo la acción de las cargas de servicio sin mayorar (E.L.S.) y el otro, con las cargas amplificadas por el coeficiente de elasticidad (E.L.U.). Todos los cálculos presentan un carácter doblemente lineal, puesto que se ha considerado, por una parte, la no linealidad del material acero, cuyo diagrama bilineal se ha descrito en 3.3, y por otra, la interacción de los esfuerzos axiales de las barras con la flexión, al producirse la deformación de éstas. El método utilizado ha sido incremental, es decir, la carga final se alcanzaba mediante escalones, para cada uno de los cuales se efectuaba el cálculo no lineal anterior, y la deformada producida en la estructura constituía la nueva geometría de ésta, que había que considerar en el cálculo del siguiente escalón de carga. Se han considerado 30 escalones de carga y un máximo de 20 iteraciones dentro de cada escalón, para alcanzar la convergencia de la rigidez de las barras y las características del material.

## 4. COMPORTAMIENTO GENERAL DE LA ESTRUCTURA

La estructura se pone en tensión tirando desde



Foto 3

ambos extremos y de ambas parábolas lo cual hace girar los mástiles sobre la rótula que hay al pie de los mismos (Foto 3); de este modo las péndolas también se tesan.

Queda así una estructura pretensada antes de entrar en carga. Estas tensiones, debido a la no linealidad geométrica del cálculo, influyen en la respuesta de la estructura. Además, cuando la estructura entre en carga, la parábola superior se traccionará más y la parábola inferior se detracionará (equivale a comprimirse), por lo cual la rigidez de la estructura es mayor que con un cable solo.

Al final de la carga, la parábola inferior casi se descarga y la parábola superior resiste casi toda la carga.

Al tratarse de una estructura de barras y no de cables y, al no haberse dispuesto rótulas en los manguitos de empalme entre las barras principales, la estructura sólo puede responder si en los puntos de cuelgue de la carga se forman las oportunas rótulas plásticas que permitan que la línea superior y la inferior conformen los correspondientes polígonos funiculares.

Por eso, ha habido que realizar un cálculo contando con la ductilidad del acero, es decir, aceptando la formación de rótulas plásticas en los extremos de las barras. Este supuesto es válido siempre y cuando bajo las acciones mayoradas de cálculo no se supere la deformación de rotura.

## 5. CALCULO DE LA PUESTA EN TENSION

La puesta en tensión de la estructura se realizó tirando desde ambos extremos con una fuerza de 18 t por cada barra.

Esta puesta en tensión se ha representado en el cálculo liberando los nudos extremos y aplicando en ellos una fuerza de 18 t en cada barra.

Como resultados de salida se obtienen unas tensiones, que suelen denominarse tensiones previas o iniciales, y que se suman algebraicamente con las tensiones que produce la sobrecarga.

## 6. APLICACION DE LAS SOBRECARGAS EN E.L.U.

Sobre la estructura puesta en tensión del párrafo anterior, se ha aplicado una carga de 1.814 toneladas por nudo, correspondiente a valores mayorados por 1,6 de los siguientes valores:

- Peso en barras y péndolas 20 Kg/m.
- Peso de la cubierta: 10 Kg/m<sup>2</sup>.
- Peso de nieve: 60 Kg/m<sup>2</sup>.

## 7. FORMACION DE ROTULAS PLASTICAS EN LOS EXTREMOS DE LAS BARRAS

En los extremos de las barras se producen unas tensiones de incurvación, debido a la actuación simultánea del axil y el flector. Cuando estas tensiones superan el límite elástico, se inicia la formación de una rótula plástica que sólo es posible si el acero tiene la ductilidad suficiente. Es decir, si la deformación solicitada es menor o igual que la deformación de rotura del acero.

Bajo el efecto de las acciones mayoradas, las barras de la parábola superior alcanzan una tensión máxima de  $7.938 \text{ Kg/cm}^2$ , lo cual significa que no se alcanza en las rótulas plásticas la deformación de rotura, que se corresponde con  $10.000 \text{ Kg/cm}^2$ .

Las barras de la parábola inferior alcanzan una tensión máxima de  $7.810 \text{ Kg/cm}^2$ , lo que significa que tampoco en estas barras se alcanza la deformación de rotura.

Además, las tensiones máximas se corresponden con las sillas de apoyo sobre los mástiles centrales (Foto 4) (nudo i de la barra 13 y nudo j de la barra 27), por ello las tensiones de incurvación podrían ser menores si la silla está bien ejecutada y su diámetro es lo suficientemente grande.

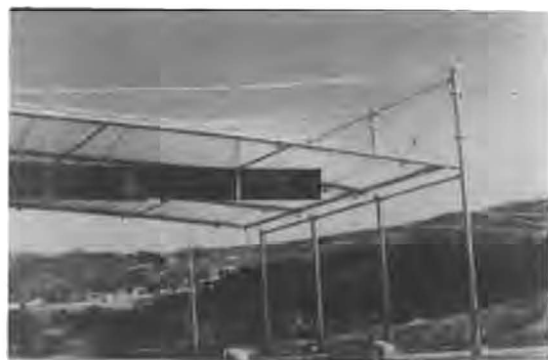


Foto 4

Las péndolas, debido a incurvación, no aumentan su tensión, porque no tienen flexiones debido a que van articuladas en sus extremos.

## 8. TENSIONES EN LAS BARRAS DEBIDAS A ESFUERZOS AXILES

Con los valores mayorados de las acciones, se obtienen valores menores que  $6.720 \text{ Kg/cm}^2$  para la parábola superior y valores menores que  $670 \text{ Kg/cm}^2$  para la parábola inferior.

Las péndolas trabajan a menos de  $2.185 \text{ Kg/cm}^2$ .

Por lo tanto, las tensiones debidas exclusivamente a esfuerzos axiales cumplen los límites de cálculo que se habían establecido.

## 9. CONCLUSIONES DEL CALCULO EN E.L.U.

La estructura cuyo cálculo se ha descrito, puede soportar cargas de nieve de  $60 \text{ Kg/m}^2$ , con un coeficiente de seguridad mayor de 1,6; para soportar esta carga, las barras trabajan por debajo del límite elástico frente a esfuerzos axiales simples, y por debajo del límite que impone la deformación del acero en rotura, en las zonas de incurvación para formación de rótulas plásticas.

Referente a las deformaciones de la estructura, se realizó, posteriormente, un cálculo en servicio que determinó cuáles son las deformaciones bajo las cargas del viento y cuáles bajo la carga de nieve sin mayorar.

## 10. CALCULO DE LAS DEFORMACIONES EN E.L.S.

Al tratarse, en este caso, de evaluar la deformación de la estructura, se han adoptado los valores característicos de las acciones, es decir, los coeficientes de mayoración son 1,0.

Se han calculado dos hipótesis de carga:

—La primera corresponde al mismo cálculo anteriormente expuesto, pero ahora con acciones sin mayorar y una hipótesis de sobrecarga de nieve de  $60 \text{ Kg/m}^2$ .

—La segunda, una carga de viento, tomada de la normativa vigente, de  $51 \text{ Kg/m}^2$ , hacia abajo en la mitad izquierda de la cubierta (al ser el ángulo menor de  $10^\circ$  no es necesario considerar la hipótesis de presión y succión, sino solamente presión en la mitad de la cubierta).

Se ha vuelto a emplear el modelo descrito anteriormente, es decir un modelo doblemente no lineal.

## 11. CONCLUSIONES DEL CALCULO EN E.L.S.

En la hipótesis de viento, la deformación vertical máxima se obtiene en el nudo 31 y es de  $0,547 \text{ m}$ .

En la hipótesis de nieve, la deformación máxima de la estructura se obtiene en el nudo 38 y es de  $0,678 \text{ m}$ .

Dada la deformabilidad que es consustancial con este tipo de estructuras, los resultados se consideraron aceptables.

## 12. AGRADECIMIENTOS

Se agradece a D. Miguel Angel Moreno, de Ingeciber, S.A., por su colaboración en el cálculo mediante el programa ANSYS. Asimismo, a la Empresa Ferroviaria por permitir la publicación de



este caso real, como ejemplo ilustrativo de aplicación de un cálculo doblemente no lineal.

## REFERENCIAS

1. NAFEMS: "A Finite Element Premier", 1986.
2. "ANSYS Engineering Analysis System". Swanson Analysis Systems Houston, Pennsylvania 15342 (U.S.A.).

## RESUMEN

Tras una breve introducción sobre la clasificación de los cálculos no lineales en estructuras y sus implicaciones en el diseño, se presenta una estructura ya construida, formada por cables rigidizados mediante pretensado y que corresponde a una marquesina de la autopista de Tarrasa-Manresa.

El cálculo estático de la estructura, supuesta un entramado plano, se llevó a cabo con objeto de evaluar su respuesta para las situaciones de servicio y de carga última. Las hipótesis consideradas incluían las cargas de peso propio, carga permanente, nieve y viento. En el cálculo se tuvieron en cuenta los grandes desplazamientos, la rigidización de las barras por tracción y la no linealidad del material. Los resultados obtenidos han sido

aceptables con las condiciones de diseño y concordantes con los deducidos en la fase de proyecto, en la que se calculó la estructura como una estructura celosía plana, con efectos rigidizantes en las barras, debidos a las tracciones.

## SUMMARY

First a brief introduction about the non linear analysis of structures and its implication on their design is given. Then an already built structure, namely a cantilever roof for petrol station in the motor-way Tarrasa-Manresa, composed by cables stiffened by prestress is presented.

The static structural analysis of the structure, that is modelled as a plane frame, is carried out in order to evaluate its response during the service and ultimate load states. The assumed loading combinations included self weight, dead load, snow load and wind actions. In the analysis, large displacements, stiffening effects in the beam deflections and the nonlinear material behaviour have been explicitly considered. The obtained results have been admissible in accordance to the design conditions and they have a good agreement with the results found in the original design of the structure, in which this structure has been modelled as a plane truss with stiffening bar effects due to traction forces included.

\* \* \*